

SPIS TREŚCI

OD AUTORÓW	7
INFORMACJE O AUTORACH	8
Część I. ALGEBRA I ANALIZA MATEMATYCZNA	9
Rozdział 1.	
CIAŁO UŁAMKÓW PIERŚCIENIA CAŁKOWITEGO	11
Rozdział 2.	
SPOSOBY KSZTAŁTOWANIA POJĘCIA LICZBY	20
2.1. Liczby naturalne	20
2.1.1. Liczby naturalne jako moce zbiorów skończonych	20
2.1.2. Kształtowanie pojęcia liczby naturalnej za pomocą pojęcia sekwensu (następnika)	21
2.1.3. Liczba naturalna w aspekcie algebraicznym	23
2.1.4. Aspekt miarowy	23
2.2. Liczby całkowite	23
2.2.1. Liczby całkowite jako klasy abstrakcji	23
2.2.2. Aksjomatyczne ujęcie liczb całkowitych	27
2.2.3. Liczby całkowite w szkole	28
2.3. Liczby wymierne	31
2.3.1. Liczby wymierne jako klasy abstrakcji. Interpretacja geometryczna	31
2.3.2. Ułamek jako miara wielkości	33
2.3.3. Liczby wymierne jako operatory	38
2.3.4. Ułamek jako część całości (w ujęciu mnogościowym)	43
2.3.5. Ułamek jako stosunek dwóch wielkości	47
2.3.6. Aksjomatyczne ujęcie liczb wymiernych	48
2.4. Liczby rzeczywiste	49
2.4.1. Konstrukcja Cantora liczb rzeczywistych	49
2.4.2. Konstrukcja Dedekinda liczb rzeczywistych	51
2.4.3. Aksjomatyczne ujęcie liczb rzeczywistych	53
2.4.4. Konstrukcja Hoborskiego liczb rzeczywistych	54
2.4.5. Liczby rzeczywiste w szkole	55
2.5. Liczby zespolone	59
2.5.1. Metoda struktury ilorazowej (metoda konstrukcji ciała rozkładu danego wielomianu)	59
2.5.2. Metoda Hamiltona (metoda produktu kartezjańskiego)	61
2.5.3. Metoda macierzowa	62
2.5.4. Metoda algebry liniowej	64
2.5.5. Metoda rozszerzeń ciał	66
2.5.6. Związki między podanymi konstrukcjami	67
2.5.7. Pewien sposób otrzymywania tożsamości hiperbolicznych	68

Rozdział 3.	
DZIAŁANIA ODWROTNE	73
Rozdział 4.	
DWA NIERÓWNOWAŻNE UJĘCIA TEORII WIELOMIANÓW	81
4.1. Ujęcie algebraiczne (ciągowe) wielomianów	81
4.2. Ujęcie funkcyjne wielomianów	84
Rozdział 5.	
CIĄGI ARYTMETYCZNE I CIĄGI GEOMETRYCZNE WYŻSZYCH STOPNI	90
5.1. Ciągi arytmetyczne wyższych stopni	90
5.2. Ciągi geometryczne wyższych stopni	99
5.3. Jednolite ujęcie teorii ciągów arytmetycznych i ciągów geometrycznych wyższych stopni	101
5.4. Sposoby obliczania sumy $\sum_{k=1}^n k^m$	107
5.5. Ciągi arytmetyczne wyższych stopni charakteryzujące liczby figuralne	112
5.5.1. Liczby wielokątne	112
5.5.2. Liczby piramidalne	115
5.5.3. Liczby przyzmalne	117
Rozdział 6.	
RÓWNANIA Z PARAMETREM	122
6.1. Wprowadzenie funkcji stałej	122
6.2. Badanie funkcji w postaci uwikłanej	127
Rozdział 7.	
ZASTOSOWANIE ROZWINIĘĆ SKOŃCZONYCH FUNKCJI DO OBLICZANIA GRANIC	141
Rozdział 8.	
O BŁĘDACH PRZY OBLICZANIU POCHODNEJ FUNKCJI	155
8.1. Obliczanie pochodnej bez wcześniejszego zbadania ciągłości funkcji	155
8.2. Stwierdzanie istnienia pochodnej $f'(x_0)$ na podstawie równości granic $\lim_{x \rightarrow x_0} f'(x)$ oraz $\lim_{x \rightarrow x_0} f'(x)$	157
8.3. Stwierdzanie nieistnienia pochodnej $f'(x_0)$ na podstawie nieistnienia co najmniej jednej z granic $\lim_{x \rightarrow x_0} f'(x)$, $\lim_{x \rightarrow x_0} f'(x)$	158
8.4. Wadliwe obliczanie pochodnej funkcji wektorowej argumentu skalarного	161
Rozdział 9.	
RÓWNANIA REKURENCYJNE I METODY ICH ROZWIĄZYWANIA	163
9.1. Przykłady równań rekurencyjnych	163
9.2. Rozwiązywanie równań rekurencyjnych liniowych	167
9.2.1. Równania rekurencyjne liniowe jednorodne o stałych współczynnikach	167
9.2.2. Równania rekurencyjne liniowe niejednorodne o stałych współczynnikach	171

9.3. Rozwiązywanie równań rekurencyjnych metodą repertuaru	173
9.4. Rozwiązywanie równań rekurencyjnych metodą czynnika sumacyjnego	181
9.5. Rozwiązywanie równań rekurencyjnych metodą funkcji tworzących	184
9.5.1. Funkcje tworzące	184
9.5.2. Operacje na funkcjach tworzących	185
9.5.3. Rozwiązywanie równań rekurencyjnych metodą funkcji tworzących	187
Rozdział 10.	
WYKORZYSTANIE POJĘCIA ŚRODKA CIĘŻKOŚCI W MATEMATYCE	199
10.1. Obliczanie niektórych sum	200
10.2. Dowodzenie nierówności	206
10.3. Uzasadnianie własności figur płaskich	209
10.4. Obliczanie objętości kuli i pola segmentu paraboli	211
Część II. GEOMETRIA	219
Rozdział 11.	
JEDNOLITE UJĘCIE ZAGADNIENIŃ DOTYCZĄCYCH OBJĘTOŚCI BRYŁ	
I PÓŁ FIGUR PŁASKICH	221
11.1. Uogólnienie wzoru Simpsona	221
11.2. Zastosowanie wzoru Simpsona i jego uogólnienia	223
11.3. Pola figur płaskich	226
Rozdział 12.	
METODA FIGUR RÓWNOWAŻNYCH	228
Rozdział 13.	
METODY WEKTOROWE ROZWIĄZYWANIA ZADAŃ DOTYCZĄCYCH	
ROZTWORÓW, MIESZANIN I STOPÓW	239
13.1. Metoda stężeń	239
13.2. Metoda udziałów	240
13.3. Przykłady	242
Rozdział 14.	
TWIERDZENIE CEVY I JEGO RÓWNOWAŻNIKI	252
Rozdział 15.	
AKSJOMATYCZNA DEFINICJA ILOCZYNU WEKTOROWEGO	265
Część III. LOGIKA	275
Rozdział 16.	
DYSTRYBUTYWNE I MEREOLOGICZNE POJĘCIE ZBIORU	277
Rozdział 17.	
ZASADA POGLĄDOWOŚCI A TEORIA MODELI	286

Rozdział 18.	
INDUKCJA ZUPEŁNA. WŁASNOŚCI DZIEDZICZNE	299
Rozdział 19.	
DEFINICJE	307
19.1. Rodzaje definicji	307
19.1.1. Definicje normalne	307
19.1.2. Definicje warunkowe	309
19.1.3. Definiowanie przez przypadki	313
19.1.4. Definicje indukcyjne	314
19.1.5. Definicje rekurencyjne	322
19.1.6. Definicje czynnościowe	323
19.2. Konsekwencje przedstawiania i pomijania kwantyfikatorów w definicjach	325
19.2.1. Uwagi ogólne	325
19.2.2. Konsekwencje przedstawiania kwantyfikatorów w definicjach	327
19.2.3. Konsekwencje pomijania kwantyfikatorów w definicjach	334
19.3. O różnych sposobach definiowania wartości bezwzględnej w szkołach ponadgimnazjalnych	339
19.4. Uwagi o różnych definicjach kresów zbiorów	347
19.5. Definicje okresowości funkcji	358
19.5.1. Okresowość funkcji $f : X \rightarrow R$ w dziedzinie $X (X \subseteq R)$	358
19.5.2. Okresowość funkcji w dziedzinie R	361
19.5.3. Pojęcie okresu zasadniczego	362
Rozdział 20.	
RELACJE BINARNE W ZBIORZE SKOŃCZONYM	365
20.1. Rodzaje relacji i ich liczba	365
20.2. O możliwości wykorzystania relacji porządku i relacji równoważności do definiowania lub utrwalania szkolnych pojęć matematycznych	372
20.2.1. Relacja porządku i kresy zbiorów uporządkowanych	373
20.2.2. Definiowanie za pomocą klas abstrakcji	375
Rozdział 21.	
POJĘCIE KONTRPRZYKŁADU I JEGO ROLA	378
21.1. Pojęcie kontrprzykładu	378
21.2. Kontrprzykłady dla pojęcia granicy	381
21.3. Kontrprzykłady dla pojęcia pochodnej funkcji	385
Rozdział 22.	
DOWODY NIE WPROST	389
Rozdział 23.	
METODY GRAFICZNE SPRAWDZANIA TAUTOLOGII KLASYCZNEGO RACHUNKU ZDAŃ	395
23.1. Diagramy krzyżowe	395
23.2. Diagramy kołowe	401