Spis treści

Części. STATYKA

1. Prawa Newtona. Zasady statyki i reakcje więzów 11

1.1. Prawa Newtona 11
1.2. Jednostki masy i siły 12
1.3. Zasady statyki 12
1.4. Rodzaje i reakcje więzów **14**

2. Płaski układ sil zbieżnych 20

2.1. Geometryczne wyznaczanie wypadkowej płaskiego układu sił zbieżnych 20
2.2. Analityczne wyznaczanie wypadkowej płaskiego układu sił zbieżnych 21
2.3. Warunki równowagi płaskiego układu sił zbieżnych 22
2.4. Twierdzenie o trzech siłach 23
2.5. Siły tarcia i prawa tarcia 25

3. Wyznaczanie wypadkowej dwóch sił równoległych. Moment siły i moment pary sił . . . 29

3.1. Wyznaczanie wypadkowej dwóch sił równoległych zgodnie skierowanych 29
3.2. Wyznaczanie wypadkowej dwóch sił równoległych przeciwnie skierowanych 30
3.3. Moment siły względem punktu 32
3.4. Twierdzenie Varignona 33
3.5. Działanie pary sił 35
3.6. Równoważność dwóch par sił działających w jednej płaszczyźnie 36
3.7. Redukcja dowolnej liczby par sił do jednej wypadkowej pary sił 37

4. Warunki równowagi dowolnego płaskiego układu sił 39

4.1. Redukcja siły do dowolnego punktu 39
4.2. Redukcja dowolnej liczby sił do danego punktu 39
4.3. Warunki równowagi dowolnego płaskiego układu sił 40
4.4. Płaski układ sił równoległych 42

5. Wybrane zagadnienia równowagi płaskiego układu sił 44

5.1. Siły oporu przy toczeniu ciał 44
5.2. Tarcie w czopie 45
5.3. Tarcie cięgna o nieruchomy walec 47
5.4. Układy statycznie niewyznaczalne 49

6. Metody wykreślne dla płaskiego układu sił 50

6.1. Wykreślne wyznaczanie wypadkowej płaskiego układu sił zbieżnych 50
6.2. Wykreślne wyznaczanie wypadkowej dowolnego płaskiego układu sił. Metoda wieloboku sznurowego 51

6.3. Wielobok sznurowy dla układu sprowadzającego się do pary sił . . . 52
6.4. Wykreślne warunki równowagi dowolnego płaskiego układu sił . . . 53

7. Kratownice płaskie . . . 55

7.1. Klasyfikacja ustrojów prętowych . . . 55
7.2. Kratownice proste. Warunki sztywności i statycznej wyznaczalności kratownic . . . 56
7.3. Obliczanie sił w prętach kratownicy metodą analityczną . . . 57
7.4. Wykreślne wyznaczanie sił w prętach kratownic. Plan sił Cremony . . . 58
7.5. Metoda Rittera (metoda przecięć przez trzy pręty) . . . 60

8. Przestrzenny układ sil zbieżnych . . . 62

8.1. Określenie położenia siły w przestrzeni . . . 62
8.2. Wyznaczanie wypadkowej kilku sił zbieżnych w przestrzeni . . . 63
8.3. Warunki równowagi przestrzennego układu sił zbieżnych . . . 63

9. Moment siły względem punktu i względem osi. Para sil w przestrzeni . . . 65

9.1. Moment siły względem punktu . . . 65
9.2. Moment siły względem osi . . . 65
9.3. Zależność między momentem siły względem punktu i momentem siły względem osi . . . 66
9.4. Iloczyn wektorowy dwóch wektorów . . . 67
9.5. Wektorowy zapis momentu siły względem punktu i momentem siły względem osi . . . 67
9.6. Para sił w przestrzeni . . . 69
9.7. Przenoszenie pary sił z jednej płaszczyzny równoległej do drugiej . . . 70
9.8. Dodawanie par sił działających w płaszczyznach nachylonych . . . 71
9.9. Wyznaczanie wypadkowej dowolnej liczby par sił w przestrzeni . . . 73

10. Analityczne warunki równowagi dowolnego przestrzennego układu sił . . . 74

10.1. Redukcja siły do danego punktu w przestrzeni . . . 74
10.2. Redukcja do danego punktu dowolnej liczby sił . . . 75
10.3. Warunki równowagi dowolnego przestrzennego układu sił . . . 76
10.4. Niezmienniki dowolnego przestrzennego układu sił . . . 78
10.5. Sprowadzenie dowolnego przestrzennego układu sił do skrętnika. Oś główna układu . 80

11. **Środki ciężkości** . . . 82

11.1. Środek sił równoległych . . . 82
11.2. Środek ciężkości ciała sztywnego . . . 83
11.3. Środki ciężkości linii . . . 84
11.4. Wyznaczenie położenia środka ciężkości łuku koła . . . 85
11.5. Środki ciężkości powierzchni . . . 86
11.6. Środki ciężkości brył . . . 89
11.7. Wzory Guldina-Pappusa . . . 90

Część II. KINEMATYKA

12. Ruch prostoliniowy punktu . . . 93

12.1. Prędkość punktu. Ruch jednostajny prostoliniowy . . . 93
12.2. Przyspieszenie punktu. Ruch jednostajnie przyspieszony . . . 94
12.3. Ruch harmoniczny . . . 95
12.4. Układanie równań ruchu . . . 96

13. Ruch krzywoliniowy punktu 98
13.1. Prędkość w ruchu krzywoliniowym 98
13.2. Twierdzenie o rzutach prędkości punktu 99
13.3. Przyspieszenie punktu 100
13.4. Składowa styczna i normalna przyspieszenia punktu 101
13.5. Ruch punktu po okręgu 102
13.6. Mechanizm korbowy 107
13.7. Ruch punktu po elipsie 107
13.8. Rzut ukośny 108
13.9. Ruch punktu we współrzędnych biegunowych 110
13.10. Ruch punktu po torze w przestrzeni 112
13.11. Ruch punktu po linii śrubowej 112
13.12. Hodograf. Sens fizyczny pochodnej wektorowej 113

14. Klasyfikacja ruchów ciała sztywnego. Ruch postępowy i obrotowy ciała 116
14.1. Stopnie swobody ciała sztywnego 116
14.2. Iloczyn skalarny dwóch wektorów 117
14.3. Twierdzenie o rzutach prędkości dwóch punktów ciała sztywnego na prostą łączącą te punkty 118
14.4. Ruch postępowy ciała sztywnego 119
14.5. Ruch obrotowy ciała sztywnego dokoła stałej osi 121
14.6. Pole prędkości i pole przyspieszeń w ruchu obrotowym ciała 122
14.7. Przełożenie 124
14.8. Wektorowy zapis prędkości w ruchu obrotowym ciała sztywnego dokoła stałej osi . . 124
14.9. Przyspieszenie w ruchu obrotowym ciała sztywnego dokoła stałej osi 125

15. Ruch płaski ciała sztywnego 127
15.1. Definicja ruchu płaskiego 127
15.2. Ruch płaski jako ruch postępowy i obrotowy ciała 128
15.3. Ruch płaski jako ruch obrotowy dokoła chwilowego środka obrotu 130
15.4. Ruch płaski jako toczenie się centroidy ruchomej po centroidzie stałej 132

16. Ruch kulisty ciała sztywnego 135
16.1. Ruch kulisty jako ruch obrotowy dokoła chwilowej osi obrotu 135
16.2. Wektorowy zapis prędkości punktu w ruchu kulistym ciała sztywnego 138
16.3. Ruch kulisty jako toczenie się aksoidy ruchomej po aksoidzie stałej 139
16.4. Przyspieszenie w ruchu kulistym ciała sztywnego 139
16.5. Kąty i prędkości Eulera 141

17. Ruch złożony punktu 143
17.1. Prędkość punktu w ruchu złożonym 143
17.2. Przyspieszenie w ruchu złożonym. Przyspieszenie Coriolisa — wyprowadzenie metodą geometryczną (superpozycji) 144
17.3. Przyspieszenie w ruchu złożonym — wyprowadzenie metodą algebry wektorowej . . . 146

18. Dodawanie ruchów obrotowych. Ruch ogólny ciała sztywnego 153
18.1. Dodawanie prędkości kątowych o wektorach nachylonych 153
18.2. Składanie ruchów obrotowych o równoległych i zgodnie skierowanych wektorach prędkości 155
18.3. Składanie ruchów obrotowych o równoległych i przeciwnie skierowanych wektorach prędkości 156
18.4. Ruch ogólny ciała sztywnego 158

Część III. DYNAMIKA

19. Zasady dynamiki. Dynamiczne równania ruchu punktu materialnego 159
19.1. Prawa i zasady dynamiki klasycznej 159
19.2. Układy odniesienia 160
19.3. Dynamiczne równania ruchu punktu materialnego 161
19.4. Ruch prostoliniowy punktu materialnego 161
19.5. Drgania swobodne ciała 162
19.6. Drgania wymuszone bez tłumienia 165
19.7. Swobodny spadek ciał z uwzględnieniem oporu powietrza 167
19.8. Analiza ruchu wahadła matematycznego 170

20. Ruch środka masy. Siły d'Alemberta. Pęd układu mechanicznego 172
20.1. Położenie środka masy układu mechanicznego 172
20.2. Wypadkowa sił wewnętrznych układu mechanicznego 173
20.3. Równania ruchu środka masy układu mechanicznego 174
20.4. Siły d'Alemberta 175
20.5. Pęd (ilość ruchu) punktu materialnego 177
20.6. Pęd (ilość ruchu) układu mechanicznego 178
20.7. Twierdzenie o pochodnej geometrycznej wektora pędu 179
20.8. Ruch ciała o zmiennej masie 180

21. Momenty bezwładności ciał 182
21.1. Moment bezwładności względem płaszczyzny 182
21.2. Moment bezwładności względem osi 183
21.3. Moment bezwładności względem punktu 183
21.4. Moment bezwładności odśrodkowy 184
21.5. Twierdzenie Steinera 185
21.6. Moment bezwładności względem osi obróconej 186
21.7. Elipsoida bezwładności 188
21.8. Momenty bezwładności walca 190
21.9. Momenty bezwładności kuli 192
21.10. Momenty bezwładności stożka 193

22. Dynamiczne równania ruchu postępowego, ruchu obrotowego i ruchu płaskiego ciała sztywnego 198
22.1. Dynamiczne równania równowagi w ruchu postępowym ciała sztywnego 198
22.2. Dynamiczne równanie ruchu ciała sztywnego w ruchu obrotowym dokoła stałej osi . 199
22.3. Wahadło fizyczne i rewersyjne 200
22.4. Dynamiczne równania ruchu płaskiego 202

23. Praca i moc. Energia kinetyczna i potencjalna punktu materialnego i ciała sztywnego 205
23.1. Praca i moc siły 205
23.2. Praca w polu sił i w polu potencjalnym 206
23.3. Związek energii kinetycznej z pracą 208
23.4. Energia kinetyczna układu mechanicznego. Twierdzenie Koeniga 210
23.5. Energia kinetyczna w ruchu postępowym, obrotowym i w ruchu płaskim ciała sztywnego 212
23.6. Praca sił wewnętrznych układu mechanicznego 213
23.7. Twierdzenie o przyroście energii kinetycznej układu mechanicznego 215

24. Kret (moment ilości ruchu) punktu materialnego i ciała sztywnego **216**
24.1. Kret (moment ilości ruchu) punktu materialnego 216

24.2. Twierdzenie o pochodnej geometrycznej wektora krętu punktu materialnego 217
24.3. Kret w ruchu obrotowym ciała sztywnego 219
24.4. Kret (moment ilości ruchu) układu mechanicznego 220
24.5. Kret w ruchu kulistym ciała sztywnego 222

25. Ruch kulisty i ruch ogólny ciała sztywnego 225
25.1. Proste przypadki ruchu kulistego 225
25.2. Równania Eulera 227
25.3. Ruch ogólny ciała sztywnego 231

26. Efekt żyroskopowy i zastosowanie żyroskopów 233
26.1. Efekt żyroskopowy 233
26.2. Zastosowanie żyroskopów 237

27. Uderzenie 240
27.1. Uderzenie proste centralne dwóch ciał 240
27.2. Uderzenie ukośne 242
27.3. Strata energii przy uderzeniu 242
27.4. Uderzenie mimośrodowe. Środek uderzenia 243

28. Zasada prac przygotowanych i równowaga w potencjalnym polu sił 246
28.1. Przesunięcia i przemieszczenia przygotowane 246
28.2. Zasada prac przygotowanych 247
28.3. Równowaga w potencjalnym polu sił 250

29. Równania Lagrange'a 253
29.1. Współrzędne uogólnione 253
29.2. Siły uogólnione 255
29.3. Ogólne równanie dynamiki 255
29.4. Równania Lagrange'a 256
29.5. Równania Lagrange'a dla układów zachowawczych 258