

SPIS TREŚCI

Przedmowa	XI
Literatura uzupełniająca	XI

ROZDZIAŁ 1. KONSTRUKCJE TEORIOGRUPOWE **1**

§1. Grupy klasyczne małych wymiarów	1
1. Ogólne definicje.	1
2. Parametryzacja grup $SU(2)$ i $SO(3)$	2
3. Epimorfizm $SU(2) \rightarrow SO(3)$	3
4. Geometryczne przedstawienie grupy $SO(3)$	5
5. Kwanterniony.	6
Ćwiczenia	9
§2. Warstwy względem podgrupy	11
1. Własności elementarne.	11
2. Struktura grup cyklicznych.	13
Ćwiczenia.	14
§3. Działanie grup na zbiorach	15
1. Homomorfizmy $G \rightarrow S(Q)$	15
2. Orbity i podgrupy stacjonarne punktów.	16
3. Przykłady działań grup.	17
4. Przestrzenie jednorodne.	21
Ćwiczenia.	22
§4. Grupy ilorazowe i homomorfizmy	24
1. Grupa ilorazowa.	24
2. Twierdzenia o homomorfizmach grup.	25
3. Komutant.	29
4. Iloczyny grup.	31
5. Generatory i relacje.	33
Ćwiczenia.	38

ROZDZIAŁ 2. STRUKTURA GRUP.	41
§1. Grupy rozwiązalne i proste.	41
1. Grupy rozwiązalne.	41
2. Grupy proste.	43
Ćwiczenia.	47
§2. Twierdzenia Sylowa.	47
ćwiczenia.	53
§3. Skończenie generowane grupy abelowe.	53
1. Przykłady i rezultaty wstępne.	53
2. Grupy abelowe beztorsyjne.	55
3. Skończenie generowane grupy abelowe wolne.	58
4. Struktura skończenie generowanych grup abelowych.	59
5. Inne podejścia do zagadnienia klasyfikacji.	60
6. Podstawowe twierdzenie o skończonych grupach abelowych.	64
Ćwiczenia.	67
§4. Liniowe grupy Liego.	68
1. Definicje i przykłady.	68
2. Krzywe w grupach macierzowych.	70
3. Różniczka homomorfizmu.	73
4. Algebra Liego grupy Liego.	74
5. Logarytm.	76
Ćwiczenia.	77
 ROZDZIAŁ 3. ELEMENTY TEORII REPREZENTACJI GRUP	 78
§1. Definicje i przykłady reprezentacji liniowych.	81
1. Pojęcia podstawowe.	81
2. Przykłady reprezentacji liniowych.	86
Ćwiczenia.	91
§2. Unitarność i przywiedlność.	91
1. Reprezentacje unitarne.	91
2. Całkowita przywiedlność.	95
Ćwiczenia.	97
§3. Skończone grupy obrotów.	98
1. Rzędy skończonych podgrup w $SO(3)$.	99
2. Grupy obrotów wielościanów foremnych.	101
Ćwiczenia.	104
§4. Charaktery reprezentacji liniowych.	105
1. Lemat Schura i wnioski.	105
2. Charaktery reprezentacji.	107
Ćwiczenia.	113

§5. Reprezentacje nieprzywiedlne grup skończonych	113
1. Liczba reprezentacji nieprzywiedlnych	113
2. Wymiary reprezentacji nieprzywiedlnych	115
3. Reprezentacje grup abelowych	117
4. Reprezentacje niektórych specjalnych grup	119
Ćwiczenia	122
§6. Reprezentacje grup $SU(2)$ i $SO(3)$	125
Ćwiczenia	128
§7. Iloczyny tensorowe reprezentacji	128
1. Reprezentacja kontragredientna	128
2. Iloczyn tensorowy reprezentacji	129
3. Pierścień charakterów	130
4. Niezmienniki grup liniowych	133
Ćwiczenia	137

ROZDZIAŁ 4. PIERŚCIEŃ, ALGEBRY, MODUŁY 139

§1. Pewne konstrukcje w teorii pierścieni	139
1. Ideały i pierścienie ilorazowe	139
2. Ciało rozkładu wielomianu	141
3. Twierdzenia o izomorfizmie dla pierścieni	145
Ćwiczenia	147
§2. Wybrane twierdzenia o pierścieniach	148
1. Liczby całkowite Gaussa	148
2. Rozkład na sumę dwóch kwadratów	149
3. Rozszerzenia wielomianowe dziedzin z jednoznacznością rozkładu	151
4. Struktura grupy multiplikatywnej $U(\mathbb{Z}_p)$	153
Ćwiczenia	156
§3. Moduły	157
1. Wstępne informacje o modułach	157
2. Moduły wolne	162
3. Elementy całkowite pierścienia	165
Ćwiczenia	166
§4. Algebry nad ciałem	167
1. Definicje i przykłady algebr	167
2. Algebry z dzieleniem	170
3. Algebry grupowe i moduły nad nimi	174
Ćwiczenia	183
§5. Moduły nieprzywiedlne nad algebrą Liego $sl(2)$	185
1. Informacje wstępne	185
2. Wagi i krotności	187
3. Wektor najwyższej wagi	187
4. Twierdzenie klasyfikujące	189
Ćwiczenia	190

ROZDZIAŁ 5. WSTĘP DO TEORII GALOIS	191
§1. Skończone rozszerzenia ciał	191
1. Elementy algebraiczne i stopnie rozszerzeń	191
2. Izomorfizm ciał rozkładu	196
3. Istnienie elementu pierwotnego	198
Ćwiczenia	200
§2. Ciała skończone	200
1. Istnienie i jednoznaczność	200
2. Podciała i automorfizmy ciał skończonych	202
3. Wzór Móbiosa na odwrócenie i jego zastosowania	204
Ćwiczenia	208
§3. Odpowiedniość Galois	210
1. Rezultaty wstępne	210
2. Zasadnicze twierdzenie teorii Galois	213
3. Ilustracja zasadniczego twierdzenia	214
Ćwiczenia	218
§4. Znajdowanie grupy Galois	219
1. Działanie grupy $\text{Gal}(/)$ na pierwiastkach wielomianu $/$	219
2. Wielomiany, których stopień jest liczbą pierwszą	221
3. Redukcja modulo p	224
4. Bazy normalne	229
Ćwiczenia	232
§5. Zagadnienia związane z rozszerzeniami Galois	233
1. Liczby pierwsze w ciągach arytmetycznych	233
2. Rozszerzenia abelowe	234
3. Norma i ślad	235
4. Rozszerzenia cykliczne	238
5. Kryterium rozwiązalności równań przez pierwiastniki	240
Ćwiczenia	243
§6. Szttywność i wymierność w grupach skończonych	244
1. Definicje i sformułowanie podstawowego twierdzenia	244
2. Liczenie rozwiązań	246
3. Przykłady sztywności	249
Ćwiczenia	250
§7. Epilog	251
 DODATEK. PROBLEMY NIEROZWIĄZANE	 253
1. Klasyfikacja skończonych grup prostych	253
2. Automorfizmy regularne	254
3. Dziwna algebra Liego	254
4. Problem Burnside'a	254
5. Skończone grupy automorfizmów wielomianowych	255

6. SR-grupy.	255
7. Odwrotne zagadnienie Galois.	256
Odpowiedzi i wskazówki do ćwiczeń.	258
Uwagi metodyczne.	267
Pytania egzaminacyjne.	267
Program wykładu algebry.	269
Skorowidz	270